

O ENSINO DA MATEMÁTICA NA NATUREZA: ANÁLISE DA CURVA CICLOIDE NAS FOLHAS

Dandara Lorryne do Nascimento*

RESUMO: Este trabalho, teve como objetivo, analisar uma das formas geométricas presente nas folhas das árvores: a cicloide. Foram utilizadas duas amostras distintas, de diferentes árvores e após realizar as construções geométricas das cicloides que melhor se ajustavam às curvas das folhas, pôde-se analisar se a aproximação entre a amostra e o desenho correspondente era razoável. Concluiu-se que quanto mais distantes os pontos que formam a cicloide, da curva que descreve as folhas, mais frágil é essa folha, visto a dificuldade de escoamento do vento e da água da chuva.

Palavras-chave: Cicloide. Geometria. Desenho Geométrico. Folhas das árvores.

ABSTRACT: This work had the objective of analyzing one of the geometric forms present in the leaves of the trees: the cycloid. Two different samples of different trees were used and after making the geometric constructions of the cycloids that best fit the curves of the leaves, it was possible to analyze if the approximation between the sample and the corresponding drawing was reasonable. It was concluded that the more distant the points that form the cycloid, the curve that describes the leaves, the more fragile this leaf is, considering the difficulty of draining wind and rainwater.

Keywords: Cycloid. Geometry. Geometric draw. Tree leaves.

INTRODUÇÃO

Costa (2013) relata que em determinados casos a matemática não é vista como aplicável e que em especial, na disciplina de desenho geométrico muitos alunos concluem as construções de forma mecânica, onde apenas as regras de construções são memorizadas e, para que isso não aconteça, deve-se contextualizar a forma de se "enxergar" essas construções geométricas.

Zuin (2001) destaca que o desenho geométrico é fundamental para aperfeiçoar as habilidades de raciocínio lógico e a criatividade humana. Logo, "O Desenho Geométrico é classificado como desenho resolutivo, pois através dele, determinam-se respostas precisas para problemas de natureza prática ou teórica." (ZUIN, 2001, p.20).

Seguindo essas considerações, esta pesquisa teve o objetivo de analisar duas amostras diferentes de folhas de árvores para determinar se a forma geométrica que as descrevem, interferem diretamente em seu tempo de vida.

AS CICLOIDES

Segundo Raposo (2013), a cicloide é uma curva muito utilizada em disciplinas como a física e a matemática e possui propriedades peculiares. Vieira,

*Graduada em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, Campus Formiga. E-mail: dandaralno@gmail.com.

Rodrigues e Agustini (2001) descrevem que uma cicloide pode ser determinada tomando-se um ponto P, fixo em uma circunferência de raio r, e girando-se essa circunferência ao longo do eixo das abscissas, de modo a considerar a trajetória feita pelo ponto P.

As equações paramétricas da cicloide são dadas por:

$$X = r [\theta - \text{sen}(\theta)] \quad (1)$$

$$Y = r [1 - \text{cos}(\theta)] \quad (2)$$

Nas Equações (1) e (2), tem-se que $0 \leq \theta \leq 2\pi$, r é o raio da circunferência e cada rotação completa do círculo descreve uma cicloide.

Para traçar uma cicloide, com um raio r específico da circunferência de centro C que a determina, deve-se primeiramente, encontrar o comprimento dessa circunferência. Pelo método de Arquimedes, tem-se que o comprimento da circunferência pode ser dado por:

$$P = 3d + \frac{1}{7}d \quad (3)$$

Na Equação (3) tem-se que P representa o comprimento da circunferência e d representa o diâmetro.

Após encontrar o comprimento da circunferência, basta seguir o passo a passo descrito abaixo para fazer a representação do desenho geométrico da cicloide:

1. Desenhar a circunferência de raio r e centro C;
2. Traçar o diâmetro dessa circunferência e marcar os pontos de intercessão (A e B) entre o diâmetro e a circunferência;
3. Traçar a reta t, perpendicular ao diâmetro traçado no passo anterior, passando por A;
4. Traçar a reta s, perpendicular ao diâmetro traçado no passo 2, passando por B;
5. Transferir o segmento BD para a reta s, tal que BD possua a medida do comprimento da circunferência;
6. Dividir a circunferência em oito partes iguais, obtendo os pontos 0=B, 1, 2, 3, 4=A, 5, 6 e 7, em sentido anti-horário;
7. Traçar o segmento BE, tal que BE fique descrito no semiplano que não contém a circunferência;
8. Dividir o segmento BE em oito partes iguais, obtendo os pontos B₁, B₂, B₃, B₄, B₅, B₆ e B₇;

9. Unir o ponto E ao ponto D e traçar segmentos paralelos ao segmento DE, tal que esses segmentos interceptem a reta s ;
10. Pelos pontos originados em s , pela intercessão descrita no passo anterior, traçar retas paralelas ao segmento AB;
11. Traçar a reta v passando pelos pontos 1 e 7;
12. Traçar a reta q passando pelos pontos 2 e 6;
13. Traçar a reta u passando pelos pontos 3 e 5;
14. Note que a reta q também passa pelo centro C da circunferência. Em q , marcar os pontos $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ e C_8 que são as intercessões com as retas paralelas, originadas no passo 10;
15. Com centro em C_1 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta v , tal que esse ponto de intercessão seja o mais próximo do ponto B;
16. Com centro em C_2 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta q , tal que esse ponto de intercessão seja o mais próximo do ponto B;
17. Com centro em C_3 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta u , tal que esse ponto de intercessão seja o mais próximo do ponto B;
18. Com centro em C_4 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta t ;
19. Com centro em C_5 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta u , tal que esse ponto de intercessão seja o mais distante do ponto B;
20. Com centro em C_6 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta q , tal que esse ponto de intercessão seja o mais distante do ponto B;
21. Com centro em C_7 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta v , tal que esse ponto de intercessão seja o mais distante do ponto B;
22. Com centro em C_8 e raio r , marcar o ponto que intercepta a reta s e note que esse ponto coincide com o ponto D;
23. A cicloide pode ser determinada ao unir os pontos originados nos passos 15 a 22.

Abaixo, pela Figura 1, observa-se a construção descrita acima.

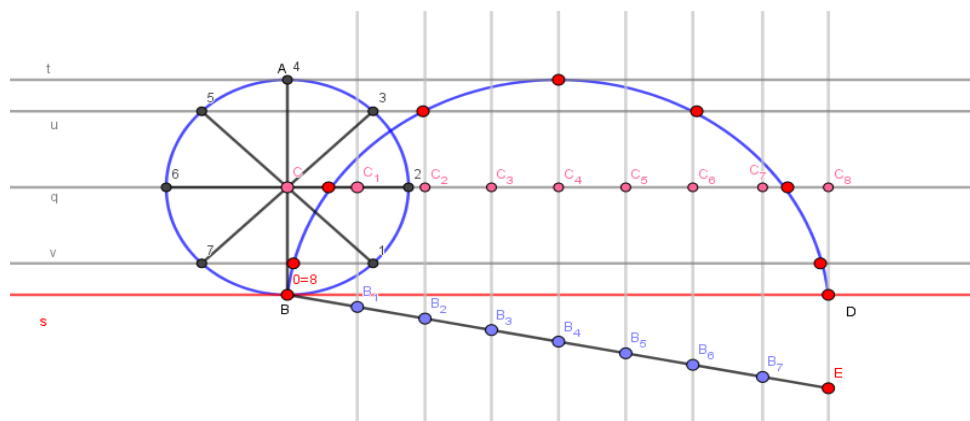


Figura 1 – Construção da cicloide
Fonte: própria autoria.

Segundo Venceslau (2015), os estudos referentes às propriedades da cicloide, possibilitaram auxiliar alguns problemas da física que até então encontravam-se sem resposta, um destes é o problema da braquistócrona que conforme Burrowes e Farina (2005) foi um dos problemas que possibilitou o início dos estudos do cálculo variacional.

A braquistócrona é a curva definida entre os pontos A e B, tal que determina o menor tempo percorrido ao liberar uma partícula do ponto A de encontro ao ponto B. Mesmo esta curva não possuindo a menor distância possível entre esses dois pontos, o arco que ela descreve é aquele que possui um menor tempo ao ser percorrido.

Neste contexto, esse formato geométrico é essencial para o funcionamento de determinados objetos, como por exemplo, o perfil das asas de aviões, que utilizam parte dessa curva para melhor escoar o vento, escorregadores, tobogãs e também rampas de skate, que ao serem usados necessitam de maior velocidade em um curto espaço de tempo e, até mesmo, para as finalidades necessárias da flora, neste caso, no formato das folhas, essencial para se manterem fixas nos galhos diante das chuvas e dos ventos.

Diante desse fato, tem-se que a natureza providencia as folhas, da maioria das árvores, conforme a cicloide, pela característica de curva de maior velocidade que proporciona o escoamento rápido do vento e da chuva e, com isso, as folhas mesmo presas por um pecíolo muito frágil, não são arrancadas.¹

METODOLOGIA

Foram analisados dois tipos de folhas, de diferentes árvores e, através das Equações (1) e (2), pôde ser determinado o raio da cicloide que melhor se ajustaria a essas folhas. A partir da Equação (3), pôde ser determinado o comprimento das circunferências que originariam essas cicloides.

Primeiramente, foi traçado o desenho geométrico de cada uma das cicloides e, após, foi analisado se a cicloide, determinada por esses desenhos geométricos, se encontrava próxima das curvas das folhas.

Para comprovar as construções geométricas e as análises feitas, por meio das Equações (1) e (2), foram substituídos os valores de θ por $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$ e 2π e pôde-se obter nove pontos distintos para estimar, através da equação paramétrica da cicloide, a curva que melhor descreveria o formato das folhas. Esperava-se que

¹ Fonte: < <https://www.youtube.com/watch?v=6hRYkSSj4QI>> Acesso em 02 jun. 2018.

os pontos obtidos com a equação paramétrica da cicloide, se assemelhassem aos pontos do desenho geométrico da cicloide correspondente a cada uma das amostras.

Para este experimento, buscou-se selecionar duas folhas com formas geométricas diferenciadas, a fim de averiguar a curva cicloide que melhor se ajustaria a essas amostras.

Abaixo, pelas Figuras 2 e 3, pode-se observar as duas amostras utilizadas nesta pesquisa.



Figura 2 – Primeira amostra utilizada
Fonte: própria autoria.

Com o auxílio de um escalímetro, obteve-se que o comprimento da amostra descrita na Figura 4 era de 5,5 centímetros.



Figura 3 – Segunda amostra utilizada
Fonte: própria autoria.

Com o auxílio de um escalímetro, obteve-se que o comprimento da amostra descrita na Figura 5 era de 11,5 centímetros.

Ao observar as Figuras 2 e 3, percebe-se que a amostra descrita na Figura 2 possui um formato mais circular do que a amostra descrita na Figura 3. Diante disso, espera-se que as cicloides que melhor se ajustam a esses formatos, possuam algumas divergências.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Através das Equações (1) e (2), o raio da cicloide a ser ajustada diante da amostra, descrita pela Figura 2, foi de aproximadamente 0,88 centímetros e através da Equação (3), obteve-se que o comprimento da circunferência que descreveria essa cicloide seria de aproximadamente 5,53 centímetros.

Após utilizar o passo a passo da construção da cicloide e construir esse desenho, posicionou-se a amostra nesta construção geométrica, de forma com que o eixo de simetria da folha coincidisse com a reta perpendicular ao diâmetro da circunferência passando pelo primeiro ponto que determina a cicloide. Pôde-se avaliar que a forma geométrica da folha se aproximava dos pontos construídos pelo desenho geométrico da cicloide. Abaixo, pela Figura 6, pode-se verificar esta relação.

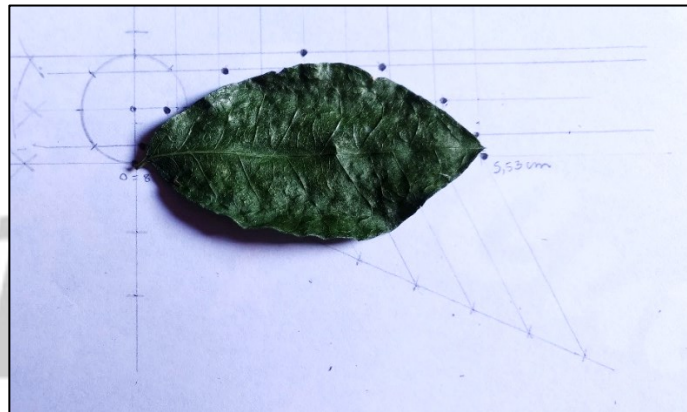


Figura 4 – Desenho geométrico da primeira cicloide ajustada à curva da folha
Fonte: própria autoria.

Como forma de testificar a aproximação obtida com a construção geométrica, descrita pela Figura 6, com o auxílio das Equações (1) e (2), foram substituídos os valores de θ por $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$ e 2π e pôde-se obter nove pontos distintos para a construção gráfica da cicloide.

Traçando-se este gráfico manualmente, buscando a maior precisão possível, e posicionando a amostra neste gráfico, de forma com que o eixo de simetria da folha coincidisse com o eixo das abcissas, pode-se avaliar que a cicloide descrita na Figura 6, feita através de uma construção geométrica, de fato se assemelha à construção do gráfico obtido através das equações paramétricas. Abaixo, pela Figura 5, pode-se verificar este fato.

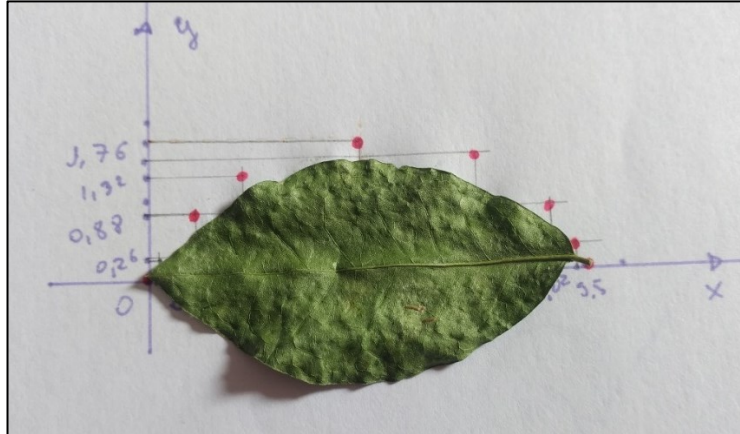


Figura 5– Melhor modelo de cicloide a ser ajustada na primeira amostra
Fonte: própria autoria.

Observa-se, pela Figura 5, que os pontos determinados pela cicloide que melhor se ajusta à forma geométrica da amostra de 5,5 centímetros obtiveram uma boa aproximação, assim como os pontos da cicloide vistos na Figura 6.

Este fato revela que as folhas desta árvore, possuem uma forte fixação, pois este formato favorece que o vento e a chuva escoem por essas folhas de forma mais rápida, fazendo com que ela não venha a cair facilmente devido a estes fatos naturais.

Agora, repetindo o experimento para a amostra descrita na Figura 3, obteve-se que o raio da cicloide a ser ajustada era de aproximadamente 1,83 centímetros e que o comprimento da circunferência que origina essa cicloide é de 11,5 centímetros. Repetindo o processo de construção geométrica dessa nova cicloide, obteve-se um novo modelo, que pode ser visto abaixo, pela Figura 6.



Figura 6 – Desenho geométrico da segunda cicloide ajustada à curva da folha
Fonte: própria autoria.

Pela Figura 6, observa-se que os pontos descritos pela cicloide se encontram distantes da curva da folha.

Para comprovar esta análise, foram feitos os cálculos, através da equação paramétrica da cicloide, e com os mesmos valores de θ do experimento anterior, obteve-se outros nove pontos distintos.

Abaixo, pela Figura 7, pode-se verificar o gráfico da cicloide que melhor se ajusta a curva da segunda amostra.

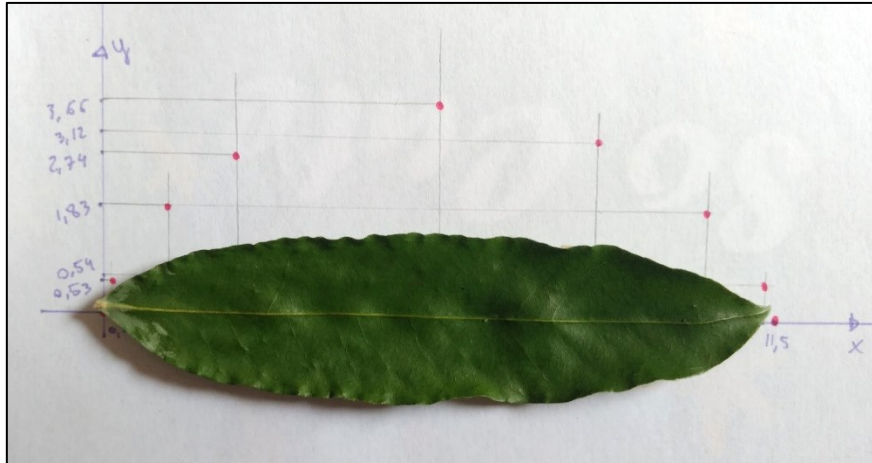


Figura 7 – Melhor modelo da cicloide a ser ajustada na segunda amostra
Fonte: própria autoria.

Observa-se pela Figura 7 que os pontos da cicloide que melhor se ajusta à forma geométrica da amostra descrita, encontram-se muito distantes, assim como verificado na construção geométrica descrita na Figura 6. Este fato revela que o vento e a chuva que vão ao encontro das folhas dessa árvore não escoam em um menor tempo possível e isso faz com que as folhas que possuem este formato caiam mais do que as folhas descritas pela Figura 2, ou seja, quanto mais distante o formato geométrico das folhas, da curva cicloide que melhor se ajustam a elas, mais frágeis elas são.

Além disso, destaca-se que o comprimento do círculo que originou cada cicloide construída através do desenho geométrico é aproximadamente o comprimento medido de cada folha, esse fato também nos garante que os pontos obtidos com a construção geométrica refletem a melhor cicloide referente a cada amostra.

CONCLUSÃO

Considera-se, por fim, a importância dos desenhos geométricos para modelar determinados fenômenos naturais.

Através da experiência descrita, pôde-se comprovar que os desenhos geométricos das cicloides, que melhor se ajustavam às curvas das folhas utilizadas,

foram construídos de maneira satisfatória, pois foram comprovados através da representação gráfica, obtida pela equação paramétrica da cicloide.

Destaca-se por fim que todos os instrumentos de medidas possuem algumas incertezas, porém os resultados encontrados, tanto com o desenho geométrico quanto com a utilização da equação paramétrica, se mostraram confiáveis.

Através dessa pesquisa, espera-se contribuir para o entendimento contextualizado das características da cicloide, descrita através do desenho geométrico ou por equações paramétricas.

REFERÊNCIAS

BURROWES, M.; FARINA, Carlos. Sobre o pêndulo isócrono de Christiaan Huygens. **Revista brasileira de ensino de física**, v. 27, n. 2, p. 175-179, 2005.

COSTA, Evandro Alexandre da Silva. **Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada**. 2013. Dissertação (mestrado em educação matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

RAPOSO, Cláudia Sofia Carrilho Morgado. **Curvas famosas e não só: teoria, histórias e atividades**. 2013. Dissertação (mestrado em matemática para professores) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

VENCESLAU, Allisson Wesley do Nascimento. **Curvas parametrizadas, ciclóides, experimentos e aplicações**. 2015. Dissertação (mestrado profissional em matemática em rede nacional-PROFMAT) — Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.

VIEIRA, Flaviano Bahia P.; RODRIGUES, Laís Bássame; AGUSTINI, Edson. O problema da braquistócrona. **FAMAT em Revista - UFU**, Uberlândia, n. 3, p. 137-148, set. 2004.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

NASCIMENTO, Dandara Lorryne. Matemática na natureza: análise da curva cicloide nas folhas. **P@rtes**, São Paulo, n0,v0, p1., 2019